

3.2.6 Kalorimetrická rovnice II

Předpoklady: 030205

Pomůcky:

Př. 1: Železnou podkovu o hmotnosti 1,2 kg zahřátou v plameni na 800°C chceme ochladit ve vodě o teplotě 22°C. Kolik vody musíme mít, aby se její teplota zvýšila maximálně o 5°C?

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t \quad / : c_s \Delta t_s$$

$$m_s = \frac{m_t c_t \Delta t_t}{c_s \Delta t_s} = \frac{1,2 \cdot 450 \cdot (800 - 27)}{4200 \cdot 5} \text{ kg} = 19,9 \text{ kg}$$

Budeme potřebovat minimálně 20 litrů vody.

Př. 2: Navrhni pokus, kterým bychom změřili měrnou tepelnou kapacitu neznámé látky.

Neznámou látku zvážíme a zahřejeme (ochladíme) na známou teplotu. Poté ji vhodíme do známého množství vody o známé teplotě a změříme, jak se voda ohřeje (ochladí). Ze změřených údajů, pak můžeme měrnou tepelnou kapacitu vypočítat.

Př. 3: Do litru vody o teplotě 22°C jsme vhodili půl kilové závaží z neznámé látky o teplotě 150°C. Teplota se ustálila na 28°C. Urči měrnou tepelnou kapacitu neznámé látky. O jakou látku zřejmě jde?

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t \quad / : m_t \Delta t_t$$

$$c_t = \frac{m_s c_s \Delta t_s}{m_t \Delta t_t} = \frac{1 \cdot 4200 \cdot (28 - 22)}{0,5 \cdot (150 - 28)} \text{ J/kg}^\circ\text{C} = 413 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

Neznámá látka má měrnou tepelnou kapacitu 413 J/kg°C a zřejmě jde o železo (část tepla se během pokusu ztratí, a proto se zdá, že jeho měrná tepelná kapacita je menší než ve skutečnosti).

Pedagogická poznámka: U následujícího příkladu se samozřejmě objeví protesty, že obecné vyjádření je příliš složité a jednodušší je dosazení (řešení příkladu v minulé hodině). Příklad 6 by měl všechny přesvědčit, že i obecné řešení má své kouzlo.

Př. 4: Do 0,5 litru vody o teplotě 22°C a přilijeme 0,25 litru vody o teplotě 98°C. Jaká bude výsledná teplota smíchané vody?

$$Q_s = Q_t$$

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t \quad (c_s = c_t = c \text{ v obou případech jde o vodu})$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s \Delta t_s = m_t \Delta t_t$$

Problém: Neznáme konečnou teplotu $\Rightarrow$ nejsme schopni spočítat změny teplot $\Rightarrow$ budeme místo nich muset napsat závorky s teplotami. Konečnou teplotu označíme t .

$m_s(t - t_s) = m_t(t_t - t)$ - potřebujeme vyjádřit $t \Rightarrow$ závorky musíme roznásobit.

$$m_s t - m_s t_s = m_t t_t - m_t t \quad / + m_s t_s + m_t t$$

$$m_s t + m_t t = m_t t_t + m_s t_s$$

$$t(m_s + m_t) = m_t t_t + m_s t_s \quad / : (m_s + m_t)$$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_s + m_t} = \frac{0,25 \cdot 98 + 0,5 \cdot 22}{0,5 + 0,25} ^\circ\text{C} = 47^\circ\text{C}$$

Po smíchání bude mít voda teplotu 47°C

Př. 5: Do 0,4 litru vody o teplotě 22°C vhodíme 200 g olova o teplotě -30°C . Jaká bude výsledná teplota?

Podobné předchozímu příkladu $\Rightarrow$ opět musíme změny teploty rozepsat a vyjádřit si konečnou teplotu.

$$Q_s = Q_t$$

$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t$ (nejde o stejné látky $\Rightarrow$ měrné tepelné kapacity se nerovnají a nemůžeme je vykrátit)

$$m_s c_s (t - t_s) = m_t c_t (t_t - t)$$

$$m_s c_s t - m_s c_s t_s = m_t c_t t_t - m_t c_t t \quad / + m_s c_s t_s + m_t c_t t$$

$$m_s c_s t + m_t c_t t = m_t c_t t_t + m_s c_s t_s$$

$$t(m_s c_s + m_t c_t) = m_t c_t t_t + m_s c_s t_s \quad / : (m_s c_s + m_t c_t)$$

$$t = \frac{m_t c_t t_t + m_s c_s t_s}{m_s c_s + m_t c_t} = \frac{0,4 \cdot 4200 \cdot 22 + 0,2 \cdot 129 \cdot (-30)}{0,4 \cdot 4200 + 0,2 \cdot 129} ^\circ\text{C} = 21,2^\circ\text{C}$$

Voda se ochladí (olovo se ohřeje) na $21,2^\circ\text{C}$.

Př. 6: Odhadni výslednou teplotu vody, kterou získáme smícháním:

a) 0,5 litru vody o teplotě 20°C a 0,5 litru vody o teplotě 60°C ,

b) 1 litru vody o teplotě 20°C a 0,5 litru vody o teplotě 80°C ,

c) 0,5 litru vody o teplotě 20°C a 2 litrů vody o teplotě 70°C ,

d) 0,4 litru vody o teplotě 15°C a 0,7 litru vody o teplotě 50°C .

Své odhady zkontroluj výpočtem (odvoď si vzorec, do kterého pak budeš pouze dosazovat).

Odhady:

a) 0,5 litru vody o teplotě 20°C a 0,5 litru vody o teplotě 60°C

Obou vod je stejné množství $\Rightarrow$ výsledná teplota by měla být průměrem původních teplot $\Rightarrow$ získáme vodu o teplotě 40°C .

b) 1 litru vody o teplotě 20°C a 0,5 litru vody o teplotě 80°C

Studené vody je více (dvakrát) $\Rightarrow$ výsledná teplota by měla být blíže k teplotě studené vody $\Rightarrow$ získáme vodu o teplotě přibližně 40°C .

c) 0,5 litru vody o teplotě 20°C a 2 litrů vody o teplotě 70°C

Teplé vody je více (čtyřikrát) $\Rightarrow$ výsledná teplota by měla být blíže k teplotě teplé vody $\Rightarrow$ získáme vodu o teplotě přibližně 60°C .

d) 0,4 litru vody o teplotě 15°C a 0,7 litru vody o teplotě 50°C

Teplé vody je více (téměř dvakrát) $\Rightarrow$ výsledná teplota by měla být blíže k teplotě teplé vody $\Rightarrow$ získáme vodu o teplotě přibližně 38°C .

Odvození vzorce (stejně jako v příkladu 4)

$$m_s c_s \Delta t_s = m_t c_t \Delta t_t \quad (c_s = c_t = c \text{ v obou případech jde o vodu})$$

$$m_s c \Delta t_s = m_t c \Delta t_t \quad / : c$$

$$m_s \Delta t_s = m_t \Delta t_t$$

$$m_s (t - t_s) = m_t (t_t - t)$$

$$m_s t - m_s t_s = m_t t_t - m_t t \quad / + m_s t_s + m_t t$$

$$m_s t + m_t t = m_t t_t + m_s t_s$$

$$t (m_s + m_t) = m_t t_t + m_s t_s \quad / : (m_s + m_t)$$

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s}$$

a) 0,5 litru vody o teplotě 20°C a 0,5 litru vody o teplotě 60°C

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s} = \frac{0,5 \cdot 60 + 0,5 \cdot 20}{0,5 + 0,5}^{\circ}\text{C} = 40^{\circ}\text{C}$$

b) 1 litru vody o teplotě 20°C a 0,5 litru vody o teplotě 80°C

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s} = \frac{0,5 \cdot 80 + 1 \cdot 20}{0,5 + 1}^{\circ}\text{C} = 40^{\circ}\text{C}$$

c) 0,5 litru vody o teplotě 20°C a 2 litrů vody o teplotě 70°C

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s} = \frac{2 \cdot 70 + 0,5 \cdot 20}{2 + 0,5}^{\circ}\text{C} = 60^{\circ}\text{C}$$

d) 0,4 litru vody o teplotě 15°C a 0,7 litru vody o teplotě 50°C

$$t = \frac{m_t t_t + m_s t_s}{m_t + m_s} = \frac{0,7 \cdot 50 + 0,4 \cdot 15}{0,7 + 0,4}^{\circ}\text{C} = 37,3^{\circ}\text{C}$$

Shrnutí: Obecné vyjádření do vzorce je užitečné při řešení většího počtu příkladů, které se liší pouze číselnými hodnotami v zadání.